ECONOMÍA DE LOS RECURSOS NATURALES

Luis Jiménez Díaz

UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA
LA MOLINA

Luis Jiménez Díaz

Economía de los recursos naturales

Lima: 2018; 198 p.
ISBN: 978-612-4387-08-1

ISBN: N° 978-612-4387-08-1
Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú N° 2018-12926

Primera edición: Marzo de 2018 - Tiraje: 500 ejemplares
Impreso en Perú - Printed in Perú

Diseño y diagramación:
Daniella Luna Barrios

Se terminó de imprimir en junio del 2018 en:
QyP Impresores srl.
Av. Ignacio Merino 1546 - Lince
E-mail: qypimpresores2005@yahoo.com

Contenido

Capítulo I: CONCEPTOS UTILIZADOS

Capítulo II: SOLUCIÓN NUMÉRICA A PROBLEMAS DE ASIGNACIÓN

Capítulo III: LA ECONOMÍA DE LA PESCA

Capítulo IV: LA ECONOMÍA FORESTAL

Capítulo V: LA ECONOMÍA DE LOS RECURSOS NO RENOVABLES

Capítulo VI: UTILIDAD MAXIMIN CON RECURSOS RENOVABLES Y NO RENOVABLES

Presentación

Este libro ha sido elaborado para complementar la segunda edición de la obra de Jon Conrad “Resource Economics” publicada en el 2010. El aporte principal es alcanzar al lector el solucionario de los ejercicios propuestos en cada uno de sus capítulos del libro de Conrad, así como facilitar el entendimiento de ciertos conceptos y ecuaciones, al desarrollar la lógica en la que fueron planteados. No ubicar un libro con ejercicios resueltos sobre el manejo de los recursos naturales y menos que use con facilidad las hojas de cálculo, fue la motivación que me llevó a realizar la presente publicación.

El libro tiene seis capítulos. El capítulo I presenta la discusión sobre conceptos de los recursos naturales y los algoritmos matemáticos que se utilizarán. El capítulo II trata sobre el problema de asignación, utilizando el comando Solver de la hoja de cálculo. En el capítulo III se desarrolla la economía de pesca en su forma estática y dinámica. En el capítulo IV se trata la economía forestal, en su forma simple y múltiples rotaciones; también se menciona los bosques maduros. En el capítulo V se desarrolla los recursos no renovables, en dos tipos de mercados, el competitivo y el monopólico. En el capítulo VI se trata el criterio Maximin para recursos renovables y no renovables, con una generación y con generaciones superpuestas.

La idea original de esta publicación, surgió en el dictado del curso Economía de los Recursos Naturales, a los alumnos de la tercera generación del Doctorado de Economía de los Recursos Naturales y del Desarrollo Sustentable, del convenio entre la Universidad Autónoma de México (UNAM) y la Universidad Nacional Agraria La Molina (UNALM). En ese momento se utilizó los libros de Jon Conrad y Colin Clark (1987), y de Jon Conrad (1999), llegando a resolver los ejercicios de estas versiones.

En el año 2013 al dictar nuevamente dicho curso, a los alumnos de la cuarta generación del Doctorado, ya estaba en el mercado una nueva edición del libro de Conrad. Ante este hecho hubo que adaptar el curso a este nuevo requerimiento, hecho fortuito que dio origen a la presente publicación. Mi agradecimiento a los alumnos de la cuarta generación del doctorado, por el apoyo recibido en esta misión.

Finalmente, aunque este libro es de carácter académico, pretende contribuir en algo a que la sociedad continúe utilizando racionalmente los recursos naturales y apoye a su conservación, reforzando sus conceptos y que el comportamiento de la naturaleza sea simulado mediante ecuaciones matemáticas que expresen las leyes naturales que lo gobiernan.

Atentamente

El autor.

Capítulo I

CONCEPTOS UTIZADOS

1.1. Introducción y conceptos.

a. Recursos naturales

El concepto utilizado de recursos naturales se centra en la revisión bibliográfica especializada, de acuerdo a la visión cuantitativa del presente libro.

Higinio (2008). Son aquellos factores económicos en la producción o el consumo que deben su origen y existencia a fenómenos naturales, o a procesos que ocurren automáticamente en la naturaleza. Éste es un enunciado que parece incluir cualquier cosa que no sea hecha por el hombre ni generada como resultado de un proceso de manufactura que éste haya iniciado, es decir, todo aquello que ni es capital ni trabajo en la clásica clasificación económica acerca de los factores de producción. De esta forma, todos los recursos naturales quedaran igualados con la categoría del factor tradicional "tierra", lo cual captura una de sus características esenciales: su disponibilidad inicial precede la actividad económica y está por fuera de la influencia del hombre. Los recursos naturales se originan de procesos biológicos, químicos o geológicos que no pueden ser controlados a voluntad.

Riera et al (2011). Son recursos el capital humano (trabajo), el capital (maquinarias, ordenadores, edificios, etc.) y los recursos naturales, como la tierra, los bosques, los minerales o el agua. La sociedad puede utilizar estos recursos de distintas formas y, por tanto, afectar el bienestar de sus ciudadanos en mayor o menor grado. Si nuestros recursos (y nuestra capacidad de producir y consumir) no fueran escasos, no habría problemas de utilización de los recursos, de decidir a qué actividad concreta los asignamos.

Romero (1977). En base a sus propiedades físicas, podemos definirlos como factores que, afectando a los procesos de producción y consumo, tienen su origen en fenómenos o procesos naturales que escapan al control del hombre. Los procesos naturales de generación del recurso pueden ser biológicos, geológicos o químicos. Estos procesos generadores pueden ser muy cortos (e.g. agua de lluvia) o de muy larga duración (e.g. proceso de formación de una bolsa de petróleo). Desde un punto de vista económico, diremos que son factores que afectan las actividades productivas, pero que no han sido hechos por el hombre, ni tampoco han sido hechos a través de un proceso de fabricación iniciado por el hombre.

Revista Latinoamericana de Recursos Naturales, Vol. 12 (2016). Un recurso natural es cualquier elemento del medio ambiente que puede ser utilizado, extraído y manejado derivando en productos y bienes útiles para la sociedad, abarcando el conjunto de ecosistemas, sus especies y todos los procesos ecológicos inherentes (Slocombe, 1999; Oyama y Castillo, 2006; Riera et al., 2008; Chediack, 2009; Sánchez-y-Gándara, 2011). Estos conceptos llevan implícitos un supuesto importante que es necesario precisar y remarcar; la definición contiene una visión antropocéntrica de los recursos naturales, ya que son definidos en función de las necesidades humanas con una noción económica (Hussen, 2000). Esto está basado en que un recurso existe sólo si hay alguien que lo use (Melo-Moreno, 2006) y si tienen algún costo económico para evitar que se consuman sin límites ni restricciones (OMC, 2010).

Conrad (2010). Una cuestión crítica en la asignación de los recursos naturales es: "¿Cuánto del recurso debe ser cosechado (extraído) hoy?". Encontrar la mejor asignación de los recursos naturales a lo largo del tiempo puede considerarse un problema de optimización dinámica. ¿Qué hace que un problema sea un problema de optimización dinámica?. La variable crítica en un problema de optimización dinámica es una variable de stock o de estado que requiere una ecuación diferencial o ecuación en diferencia para describir su evolución a lo largo del tiempo. La otra característica clave de un problema de optimización dinámica es que una decisión tomada hoy, en el período t, cambiará la cantidad o nivel de la variable de estado que está disponible en el siguiente período, t + 1.

Según Conrad (2009). En un problema de optimización dinámica es común maximizar el valor económico neto en algún horizonte de tiempo, sujeto a un conjunto de restricciones. La solución óptima indica la cantidad óptima extraída y que esta depende del tamaño y la política que se aplica al recurso. Por ejemplo si un recurso está por debajo de la cantidad considerada óptima, se aplica cosecha cero hasta que se reponga la especie.

b. Recursos no renovables

Son reservas mayormente de orígenes geológicos e inorgánicos que se encuentra en cantidades existentes en ciertos lugares y no pueden ser fabricados ni regenerados. Su extracción continúa y sin control llevaría a su agotamiento. Por ejemplo los yacimientos mineros (metálicos y no metálicos), los depósitos de combustibles fósiles (petróleo, gas natural y otros) y las piedras preciosas y semipreciosas; también se considera en este rubro la biodiversidad de los bosques naturales, dado que su agotamiento es irreversible y su recuperación tomaría muchos años.

Sea $\mathrm{R_0}$ la reserva conocida en el momento inicial, $\mathrm{q_t}$ la cantidad extraída en momento t y el tiempo de uso va como subíndice t (0,1,...). Luego $\mathrm{R_t}$ la cantidad existente del recurso en el momento t, se expresa como:

$$\mathrm{R_t = R_0 - \sum_{t=0}^{t-1} q_t}$$

La cantidad existencia actual podría modificarse por nuevos descubrimientos $(\mathrm{D_t})$ y la posibilidad de reciclajes $(\mathrm{RC_t})$, su expresión será:

$$\mathrm{R_t = R_0 - \sum_{t=0}^{t-1} (q_t - D_t - RC_t)}$$

Las cantidades (conocida, descubiertas, extraídas y existentes) son tangibles y unidimensional expresada como masa o volumen, mientras que el tiempo se refiere a los momentos que se producen cada uno de estos eventos, así como las acciones de degradación no entrópica.

La calidad es de naturaleza muldimensional y se puede ordenar por su composición química, estructura física y atributos estéticos, que afectan el valor del recurso y la percepción por diversos usuarios. El espacio o lugar considera la localización del yacimiento respecto a la fábrica y el mercado, toma en cuenta los costos de exploración y explotación.

c. Reservas.

Es la suma de los descubrimientos D_t a la cantidad conocida (inicial o en el momento t) R_t y su naturaleza es dinámica, puede modificarse por cambio en sus precios, tecnologías, usos, costos y modelos de explotación.

d. Agotamiento

Es particular para los recursos no renovables, esto sucede cuando la extracción concluye porque el yacimiento queda vacío, a esto suele llamarse agotamiento físico. El agotamiento económico sucede cuando los costos de extracción son mayores que el precio de venta.

e. Recursos de flujo

Cuando su provisión es en forma continua en cada unidad de tiempo, puede ser usado cuando se proporciona. Por ejemplo la radiación solar, las cantidades que no se usan deberían almacenarse, si esto no sucede así, terminan perdiéndose.

En el momento t, el flujo provisto (F_t) es la suma de la cantidad aprovechada (q_t) y la cantidad desperdiciada (W_t).

$$F_t = q_t + W_t \geq q_t; \;\; \text{donde } W_t \geq 0$$

f. Recurso de fondo

Es el almacenamiento de los recursos de flujo. Por ejemplo el agua, incluye depósitos subterráneos naturales y depósitos controlados. Su uso en cada periodo no puede exceder la cantidad neta acumulada en los periodos previos más el flujo de ese periodo. Su ecuación del fondo es:

$$S_t = \sum_{t=0}^{T-1}(F_t - q_t - W_t) + F_t \geq q_t$$

g. Recursos renovables

Es el conjunto de flujo y fondo de una reserva, que no es fija, sino que puede aumentar o disminuir, en función de su tasa de almacenamiento, regeneración, reproducción y crecimiento, así como de la tasa de explotación de ellos. La mayor parte son de origen biológicos, hidrobiológicos y orgánicos, por ejemplo la pesca y bosques; también se considera al flujo de la energía solar y el fondo de los nutrientes del suelo, entre otros.

Si X_0 es la reserva conocida, q_t la cantidad extraída y H_t es la tasa de almacenamiento, regeneración, reproducción y crecimiento. En un momento dado su cantidad es:

$$X_t = X_0 - \sum_{t=0}^{t-1}(q_t - H_t)$$

Donde H_t es función de los recursos de fondo, de los insumos provistos por la naturaleza (N_t) y los insumos bajo control del hombre (C_t), como se muestra seguidamente:

$$H_t = h(S_t, N_t, C_t)$$

Ejemplo de recurso renovable: La pesca.

El stock de atún comienza en el periodo t denotado por la variable X_t, medido en toneladas métricas, En cada periodo, el nivel de crecimiento depende del tipo de stock y está dado por la función $F(X_t)$. Por ahora, simplemente asume que el stock de atún está sujeto a la capacidad de carga ambiental, denotada por K, donde $K \geq X_t \geq 0$, donde $F(X_t)$ lleva al stock X_t desde el nivel más bajo hasta alcanzar el máximo sostenible, es decir $X_t = X_{MSY}$

El Y_t denota la cosecha de atún en el periodo t, también es medido en toneladas métricas, y asume que el crecimiento neto ocurre ante la cosecha. Luego el cambio en el stock de atún va desde el periodo t al periodo t+1, es la diferencia $X_{t+1} - X_t$ y se consigue por la ecuación en diferencia.

$$X_{t+1} - X_t = F(X_t) - Y_t$$

Si la cosecha excede el crecimiento neto, $Y_t > F(X_t)$, el stock de atún declina y $X_{t+1} - X_t < 0$. Si la cosecha es menos que el crecimiento neto, $Y_t < F(X_t)$, el stock de atún se incrementa y $X_{t+1} - X_t > 0$.

Podemos reescribir la ecuación, en forma interactiva como:

$$X_{t+1} = X_t - Y_t + F(X_t)$$

La porción del stock que no se cosecha $X_t - Y_t \geq 0$, en algunos veces se refiere al escape. En algunos modelos de pesca, el crecimiento depende del escape.

$$S_t = X_t - Y_t \geq 0$$

Ejemplo de recurso no renovable: El carbón

Tomado de Conrad (2010), pagina 4. La reserva remanente de carbón en el periodo t esta denotado por R_t y su tasa corriente de extracción esta denotada por q_t, Como no hay crecimiento o renovación, el cambio en el stock es negativo de la cantidad extraída en el periodo t, entonces:

$$R_{t+1} - R_t = -q_t$$

En forma interactiva, nosotros podemos escribir: $R_{t+1} = R_t - q_t$

La cantidad de carbón extraída también trae un flujo económico, donde se genera beneficio neto, pero en contraste a la cosecha de atún, el consumo de un recurso no renovable genera un flujo de residuo αq_t, como el CO_2, asumiendo que la tasa de extracción ($1>\alpha>0$).

Los residuos pueden acumularse como un stock de contaminación, denotado por Z_t. El cambio en el stock de contaminación depende del flujo de residuo y la tasa de asimilación del ambiente, como el secuestro de carbono por las plantas.

El stock de contaminación se ve reducida por una cantidad conseguida en término de $-\gamma Z_t$, donde el parámetro γ es llamado coeficiente de asimilación o degradación, y es usualmente asumido entre $1 > \gamma > 0$. El cambio en el stock de contaminación podría conseguirse con la ecuación en diferencia:

$$Z_{t+1} - Z_t = -\gamma Z_t + \alpha q_t$$

Si el flujo de residuo excede la cantidad degradada $Z_{t+1} - Z_t > 0$. Si la cantidad degradada excede el flujo de residuo $Z_{t+1} - Z_t < 0$. En forma interactiva la ecuación puede escribirse como:

$$Z_{t+1} = (1 - \gamma)Z_t + \alpha q_t$$

1.2. Población dinámica y su estado estacionario.

En forma interactiva la ecuación en diferencia, de la producción pesquera podemos escribirla como:

$$X_{t+1} = X_t + F(X_t) - Y_t \ldots (1.1)$$

Suponiendo que la función de crecimiento neto toma la forma logística como:

$$F(X_t) = rX_t(1 - X_t/k) \ldots (1.2)$$

Donde $r > 0$ es la tasa de crecimiento intrínseco y $k > 0$ la capacidad de carga ambiental. La función de crecimiento es una curva cóncava simétrica, abierta hacia abajo.

Asumiendo que la administración de la pesca tiene una regla determinada para la captura admisible total Y_t, el comportamiento de la función cosecha será.

$$Y_t = \alpha X_t \quad \ldots (1.3)$$

Donde α es la captura total admisible. Asumiendo que $r > \alpha > 0$, las funciones crecimiento y cosecha se realizan en la gráfica.

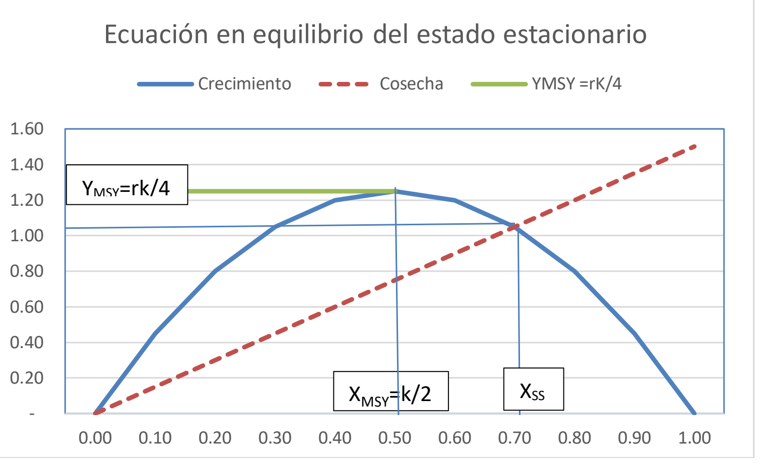
En la figura $X_{MSY} = k/2$, es llamado el nivel de stock que soporta la producción máxima sustentable y $Y_{MSY} = rk/4$, es la cosecha máxima sustentable.

Incluyendo las dos últimas ecuaciones en la producción pesquera, la ecuación pesca se puede reescribir como:

$$X_{t+1} = X_t + rX_t(1 - X_t/k) - \alpha X_t \quad \ldots (1.4)$$

$$X_{t+1} = (1 + r - \alpha - r\,X_t/k)X_t = G(X_t) \quad \ldots (1.5)$$

Si conocemos los valores para los parámetros r, α y k, así como la condición inicial X_0, podemos encontrar X_1, luego X_2. En el estado estacionario en equilibrio, tenemos:



$$X_{t+1} = X_t = X_{ss}$$
$$Y_{t+1} = Y_t = Y_{ss}$$

Podemos reescribir la última ecuación:

$$X_{ss} = (1 + r - \alpha - r\,X_{ss}/k)X_{ss} = G(X_{ss})$$

$$X_{ss} = \frac{k(r-\alpha)}{r} \quad \text{... (1.6)}$$

El valor $X_{ss} > 0$, siempre y cuando se cumpla que r>α>0.
Para la simulación de la población de la pesca en forma dinámica se parte de la derivada de la ecuación (1.5)

$$G'(X_t) = 1 + r - \alpha - 2rX_t/k$$

Considerando el X_{ss} de la ecuación (1.6)

$$G'(X_t) = 1 - r + \alpha$$

Recalculando la estabilidad local de X_{ss} se requiere que $|G'(X_{ss})| < 1$, sólo si se cumple que $|1 - r + \alpha| < 1$, podemos lograr que: $X \to X_{ss}$

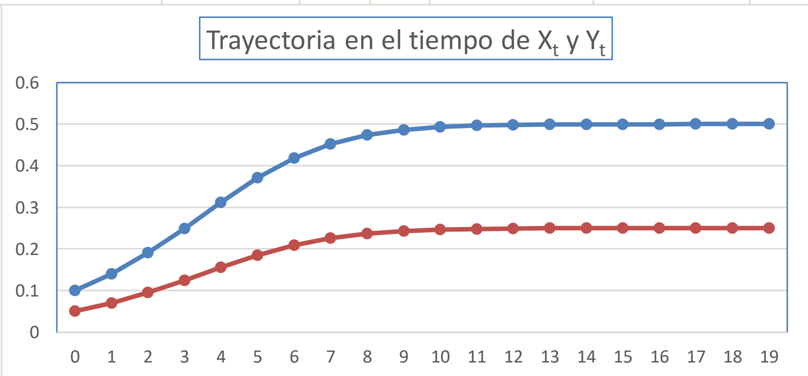
Ejemplo 1.1. Datos del libro de Conrad (2010), pág. 8.

Tomando los datos de r = 1, K = 1 y α = 0.5, para la tasa intrínseca de crecimiento, la capacidad de carga ambiental y el nivel de captura total admisible; en las celdas B3, B4 y B5 respectivamente. Se procede a realizar los cálculos de X_{SS}, Y_{SS} y | $G'(X_{SS})$ |, de la forma siguiente:

En la celda B6, el valor de Xss = $\frac{k(r-\alpha)}{r}$ = +B4*(B3-B5)/B3 = 0.5
En la celda B7, el valor de $Yss = rX_{ss}(1 - X_{ss}/k)$ = +B3*B6*(1-B6/B4) = 0.25
En la celda B8, el valor de │G′(Xss)│= $|1 - r + \alpha|$ = +ABS(1-B3+B5) = 0.5
En la celda B9, La condición inicial X_0 = 0.1

Analizando los datos K=1, y X_0=0.1; se observa que el nivel de stock actual es sólo 1/10 de su capacidad de carga, que sería el nivel de existencias muy baja en las pesquerías.

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Ejemplo 1.1.**			t	X_t	Y_t	
2				0	0.1	0.05	
3	r	1		1	0.14	0.07	
4	K	1		2	0.1904	0.0952	
5	α	0.5		3	0.24934784	0.12467392	
6	X_{ss}	0.5		4	0.31184741	0.15592371	
7	Y_{ss}	0.25		5	0.37052231	0.18526116	
8	│G′(X_{ss})│	0.5		6	0.41849668	0.20924834	
9	X_0	0.1		7	0.45260555	0.22630278	
10				8	0.47405654	0.23702827	
11				9	0.48635521	0.24317760	
12				10	0.49299142	0.24649571	
13				11	0.49644659	0.24822330	
14				12	0.49821067	0.24910533	
15				13	0.49910213	0.24955107	
16				14	0.49955026	0.24977513	
17				15	0.49977493	0.24988746	
18				16	0.49988741	0.24994371	
19				17	0.49994369	0.24997185	
20				18	0.49997184	0.24998592	
21				19	0.49998592	0.24999296	
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
29							
30							
31							
32							
33							
34							
35							
36							



En la fila 1, en las columnas D, E y F, se escriben las etiquetas de t, X_t, y Y_t. En la celda D2, se ingresa el valor 0 y aplicamos Rellenar y Series que terminan en 19, en la celda D21.

En la celda E2, se copia $B$9=0.1, como la condición inicial. En la celda F2 se aplica =$B$5*E2, fijando el nivel de captura admisible. En la celda E3 se calcula X_{t+1}, aplicando la ecuación (1.5) = (1+$B$3-$B$5-$B$3 *E2/$B$4)*E2. En la celda F3 se copia F2.

Luego se procede a copiar las celdas E3:F3 y se reproduce hasta E21: F21, logrando el valor de X_{SS}=0.5 en la celda E21 y el valor de Y_{SS}= 0.25 en la celda F21; es decir se obtiene la convergencia de ambos valores.

En esta hoja de cálculo, se puede realizar cambios de sus parámetros y obtener sus respuestas inmediatas. Por ejemplo si r =2.6, los valores serán de X_{SS} = 0.80769 y Y_{SS} = 0.40384, pero no se cumple la condición de estabilidad local, porque $|G'(Xss)|$ = 1,1> 1.

Finalmente, tomando los datos originales del ejemplo r =1, en las celdas E2:F21, se realiza la gráfica de las trayectorias convergentes de X_t y Y_t. Para el caso de r = 2.6, su trayectoria es cíclica y divergente.

1.3. Extracción de un recurso no renovable

La política de extracción óptima de los recursos no renovables, con retroalimentación, viene dada por la ecuación

$$q_t^* = [\delta/(1+\delta)]R_t \quad \dots (1.7)$$

Donde

q_t^*: La tasa óptima de extracción en el periodo t.
δ : La tasa de descuento, refleja la tasa que prefiere la sociedad en el tiempo, 1>δ>0.
R_t : La reserva remanente en el periodo t.

Una tasa de descuento positiva indica que un dólar adicional de beneficio neto en el período t es equivalente a tener un (1 + δ) dólares adicionales de beneficio neto en el período T+1. En un recurso no renovable como el carbón, como se mostró en la página 4. Si las reservas son R_t y la tasa de extracción es denotada por q_t, la cantidad extraída del stock, en el periodo t, es negativa, como se muestra seguidamente.

$$R_{t+1} - R_t = -q_t$$

Ordenando tenemos la ecuación

$$R_{t+1} = R_t - q_t$$

Reemplazando la ecuación (1.7), se obtiene:

$$R_{t+1} = R_t - \left[\frac{\delta}{(1+\delta)}\right]R_t = \rho R_t \quad \dots (1.8)$$

Donde ρ = 1 / (1 + δ) es el factor de descuento, y debe cumplirse que 1>δ>0, además 1>ρ>0. Así mismo, la ecuación (1.8) implica que el remanente de las reservas disminuye exponencialmente a cero cuando t → ∞.

Ejemplo 1.2. Tomado del libro de Conrad (2009), pág. 11.

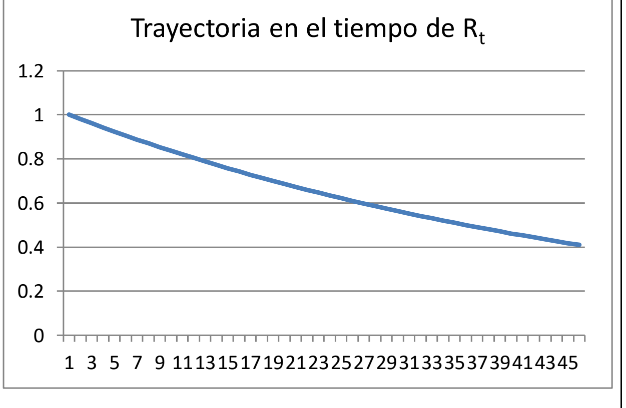
Con los datos $\delta = 0.02$ y $R_0 = 1$, en las celdas C2 y C3, determinar las rutas del tiempo para R_t y q_t^*.

En la fila 5, en las columnas A, B y C, se escriben las etiquetas de t, Rt y qt. En la celda A6, para la variable t, se escribe el valor 0 y aplicamos Rellenar luego Series que terminan en 45, en la celda A51. En la celda B6, se escribe =$C$3, y en la celda C6, se escribe la ecuación $q_t^* = [\delta/(1+\delta)]R_t$ = ($C$2/(1+$C$2))*B6. En la celda B7, se escribe la diferencia +B6-C6. En la celda C7 se copia la celda C6.

Luego en la fila 7, en forma conjunta se copia las celdas B7:C7, para pegarla hasta B51:C51, en el periodo 45. Finalmente se realizar la gráfica de R_t, tomando las celdas B6:B51.

En la hoja de cálculo, con fines de presentación, se ha ocultado los valores desde la fila 16 hasta la 46 (observación del 11 al 39), de la forma siguiente:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	**Ejemplo 1.2**							
2		δ	0.02					
3		R_0	1					
4								
5	t	R_t	q_t					
6	0	1	0.01961					
7	1	0.98039	0.01922					
8	2	0.96117	0.01885					
9	3	0.94232	0.01848					
10	4	0.92385	0.01811					
11	5	0.90573	0.01776					
12	6	0.88797	0.01741					
13	7	0.87056	0.01707					
14	8	0.85349	0.01674					
15	9	0.83676	0.01641					
16	10	0.82035	0.01609					
46	40	0.45289	0.00888					
47	41	0.44401	0.00871					
48	42	0.43530	0.00854					
49	43	0.42677	0.00837					
50	44	0.41840	0.00820					
51	45	0.41020	0.00804					



1.4. Criterio de intertemporalidad y la tasa de descuento

Para el uso de los recursos naturales se aplica el criterio de la intertemporalidad. La mayoría de los individuos prefieren tener beneficios ahora, en lugar de recibir estos beneficios en fechas futuras, es decir, tienen preferencia temporal positiva. Esto induce a que las personas tengan que ahorrar para recibir pago por intereses o primas, ofreciéndole que cobrara un monto, cifra mayor a la cantidad del préstamo. Una sociedad que actúa bajo esta lógica formará el mercado de capitales, donde las tasas de interés son precios emergentes y reflejan, en parte, la preferencia temporal de la sociedad.

El cálculo del valor presente como un pago único puede generalizarse a una corriente de pagos futuros de una manera directa. Sea N_t un pago realizado en el año t. Supongamos que estos pagos se realizan en el horizonte t = 0, 1,…, T, donde t = 0 es el período actual (año) y t = T es el último período (o año terminal). El valor actual de esta corriente de pagos puede calcularse sumando el valor actual de cada pago individual. Matemáticamente podemos expresar como:

$$N = \sum_{t=0}^{t=T} \rho^t N_t \qquad \dots (1.9)$$

Supongamos que $N_0 = 0$ y $N_t = A$, para t = 1, 2,…, ∞. En este caso, tenemos un bono que promete pagar A dólares cada año desde el año proximo hasta el final de los tiempos. Tal bono se llama renta a perpetuidad, y con 1> ρ> 0 cuando δ> 0, la ecuación (1.9), con T → ∞, se convierte en una progresión geométrica infinita que converge a $N = \frac{A}{\delta}$.

Otro tema de matemáticas finitas es el valor actual del pago constante A sobre el horizonte t = 0, 1,. . . , ∞. Ahora recibimos A en el periodo t = 0 y por el resto del tiempo a partir de entonces. Sería correcto concluir que el valor presente es ahora $N = A + \frac{A}{\delta} = A[(1+\delta)/\delta]$. Esto también es la conclusión cuando se evalúa la serie infinita

$$N = \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t A = A \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t = A\left[\frac{1}{(1-\rho)}\right] = A\left[\frac{1}{\delta/(1+\delta)}\right] = A[(1+\delta)/\delta] \dots (1.10)$$

Utilizando matemáticas finitas, el cálculo del valor presente de un pago constante, digamos, A dólares, para el horizonte finito t = 0, 1,. . . , T. se tiene.

$$N = \sum_{t=0}^{T} \rho^t A = A\left[\sum_{t=0}^{\infty} \rho^t - \sum_{t=T+1}^{\infty} \rho^t\right] = A\left[\frac{1}{(1-\rho)} - \frac{\rho^{T+1}}{(1-\rho)}\right]$$

$$= \frac{A}{(1-\rho)}\left(1-\rho^{T+1}\right) = [(1+\delta)/\delta]A\left(1-\rho^{T+1}\right) \quad \dots (1.11)$$

Los ejemplos anteriores suponen que el tiempo puede dividirse en períodos discretos (por ejemplo, años). En algunos problemas de asignación de recursos, es útil tratar el tiempo como una variable continua, donde el horizonte futuro se convierte en el intervalo T ≥ t ≥ 0.

Recordemos la fórmula del interés compuesto. Dice que si los dólares A se ponen en el banco a la tasa de interés δ y se compone m veces sobre un horizonte de longitud T, entonces el valor al final del horizonte será dado por

$$V(T) = A(1+\delta/m)^{mT} = A\left[(1+\delta/m)^{m/\delta}\right]^{\delta T} = A[(1+1/n)^{n}]^{\delta T} \ldots (1.12)$$

Donde n = m / δ. Si el interés se compone continuamente, ambos m y n tienden al infinito; Entonces $[1+1/n]^{n} = e$, la base del sistema del logaritmo natural. Esto implica que $V(T)=Ae^{\delta T}$. Obsérvese que $A=V(T)e^{-\delta T}$ se convierte en el valor presente de una promesa de pagar V(T) en t = T (desde la perspectiva de t = 0). Así, el factor de descuento en tiempo continuo para un pago en el instante t es $e^{-\delta t}$, y el valor actual de una corriente continua de pagos N (t) se calcula como

$$N = \int_{0}^{T} N(t)\, e^{-\delta t} dt \quad \ldots (1.13)$$

La ecuación (1.13) es el análogo en tiempo continuo de la ecuación (1.9). Si N (t) = A (una constante) y si T → ∞, la Ecuación (1.13) puede ser integrada directamente para dar N = A/δ, que se interpreta como el presente valor de un activo que paga A dólares en cada instante en el futuro indefinido.

Nuestra discusión sobre el descuento y el valor actual se ha centrado en la matemática de hacer cálculos de valor actual. La práctica de descuento tiene una importante dimensión ética, particularmente la manera en que se cosechan los recursos a lo largo del tiempo, la evaluación de inversiones o políticas para proteger el medio ambiente, y más generalmente, cómo pesa en la generación actual el bienestar y las opciones de las generaciones futuras.

1.5. El tiempo discreto en el método del multiplicador de Lagrange

Sea X_t la medida de biomasa de un recurso renovable en el período t en una pesquería, representando el número de toneladas métricas de algunas especies comerciales. En un bosque, puede representar el volumen de madera en pie tablar. Por otro lado Y_t denota el nivel de la cosecha, se mide en las mismas unidades que X_t.

Para los recursos renovables, se supone que con frecuencia los recursos son dinámicos y pueden ser descritos por una ecuación en diferencia de primer orden, de la forma siguiente:

$$X_{t+1} - X_t = F(X_t) - Y_t$$

Donde $F(X_t)$ es la función de crecimiento neto para el recurso. Se supone que el crecimiento neto va desde el periodo t al periodo $t+1$, suponiendo que la función de crecimiento neto tiene derivadas continuas de primer y segundo orden. El recurso actual está representado por la condición inicial X_0, que denota la acción en el periodo t=0. Los beneficios netos de los recursos y la cosecha en el período t se denota por π_t y está dada por la función.

$$\pi_t = \pi(X_t, Y_t)$$

El cual también supone que tienen derivadas continúas de primer y segundo orden. Suponiendo que existe un límite superior en $\pi(X_t, Y_t)$ tal que $\bar{\pi} \geq \pi(X_t, Y_t) \geq 0$

En la sección 1.2, se asume que la cosecha es una función lineal $Y_t = \alpha X_t$ y era intrínsecamente atractiva cuando α < r, tal vez porque lo haría conducir a un estado de equilibrio estable a $X_{ss} = \frac{k(r-\alpha)}{r}$, además se cumple que $|1 - r + \alpha| < 1$, para poder lograr que: $X \to X_{ss}$.

Ahora se trata es encontrar la "mejor" política de captura que maximiza el valor presente neto de los beneficios. El problema de optimización será.

$$\underset{\{Y_t\}}{\text{Maximizar}}\, \pi = \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t \pi(X_t, Y_t)$$
$$\text{Sujeto a}\quad X_{t+1} - X_t = F(X_t) - Y_t$$
$$X_0 > 0 \text{ dado}$$

El objetivo es maximizar π, el valor actual de los beneficios netos, sujeto a las restricciones (la ecuación en diferencia que describe la dinámica de los recursos y la condición inicial $X_0 > 0$). Para responder a las preguntas. ¿Cómo podemos encontrar el óptimo Y_t? ¿Va a ser único?. Será la cosecha óptima la que guie las acciones a un óptimo estado estacionario, donde $X_{t+1} = X_t = X^*$?

Nuestra optimización es más compleja que una función simple, porque se debe incorporar las restricciones. Para esto formamos la expresión de Lagrange, introduciendo un conjunto de nuevas variables, denotadas como λ_t, llamados "multiplicadores de Lagrange". En general, cada variable de estado X_t estará asociado con λ_t, en caso de X_{t+1} se asocia con λ_{t+1}, y así sucesivamente. Estas nuevas variables λ_t tendrán una interpretación económica importante, lo que llamaremos "precios sombra" porque ellos indican el valor marginal de un incremento creciente de X_t.

Para formar la expresión Lagrangiana, lo escribimos como una Función Objetivo Aumentada y actualizada, para esto se adiciona la ecuación en diferencia pre multiplicado por $\rho^{t+1}\lambda_{t+1}$, dado que se presenta un nivel de recurso en el periodo t+1 y su precio sombra respectivo. La forma de escribirlo es la siguiente:

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t \{\pi(X_t, Y_t) + \rho\lambda_{t+1}[X_t + F(X_t) - Y_t - X_{t+1}]\} \ldots \; (1.14)$$

La expresión de las llaves {•} es la suma de los beneficios netos en el período t y el valor actualizado del stock de recursos (biomasa) en el período t+1. Esta suma luego es descontada nuevamente al presente por ρ^t, y las expresiones similares son sumadas sobre todos los períodos.

Para solucionar la expresión de Lagrange, se aplica las derivadas parciales de primer orden, para las variables Y_t, X_t, y λ_t, e igualando a cero, se busca determinar sus niveles óptimos a lo largo de su ruta de acceso y el estado estacionario óptimo bioeconómico $[X^*, Y^*, \lambda^*]$. Sus condiciones necesarias requieren.

$$\frac{\partial L}{\partial Y_t} = \rho^t[\partial\pi(\bullet)/\partial Y_t - \rho\lambda_{t+1}] = 0 \qquad \ldots \; (1.15)$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_t} = \rho^t\{\partial\pi(\bullet)/\partial X_t + \rho\lambda_{t+1}[1 + F'(\bullet)]\} - \rho^t\lambda_t = 0 \qquad \ldots \; (1.16)$$

$$\frac{\partial L}{\partial(\rho\lambda_{t+1})} = \rho^t[X_t + F(X_t) - Y_t - X_{t+1}] = 0 \qquad \ldots \quad (1.17)$$

Merece nuestra atención la ecuación (1,16). ¿De dónde viene el último término?. Esto aparece al aplicar la derivada parcial, regresando un periodo a la expresión $-X_{t+1}$. Buscando el único estado estacionario óptimo X^*, se utiliza la condición inicial y la condición de transversalidad en las tres ecuaciones anteriores. La otra alternativa es la trayectoria de aproximación más rápida, en inglés most rapid approach path (MRAP).

Spence y Starrett (1975), citado por Conrad (2009) identifican las condiciones de suficiencia para que MRAP sea óptima. Ellos primero resuelven la ecuación estado que describe el cambio en el stock de recursos para Yt. Esta cosecha $Y_t = X_t - X_{t+1} + F(X_t)$, sustituyendo esta expresión en la función de beneficio neto. Se tiene.

$$\pi[X_t, X_t - X_{t+1} + F(X_t)] = M(X_t) + N(X_{t+1})$$

Entonces se dice que la función de beneficio neto es aditiva y separable en X_t y X_{t+1}. Luego el valor presente del beneficio neto se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \pi &= \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t \pi(X_t, Y_t) = \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t [M(X_t) + N(X_{t+1})] \\ &= M(X_0) + \sum_{t=1}^{\infty} \rho^t [M(X_t) + (1+\delta)N(X_t)] \\ &= M(X_0) + \sum_{t=1}^{\infty} \rho^t V(X_t) \end{aligned}$$

Donde $V(X) = M(X) + (1+\delta)N(X)$, por esa condición, ahora el valor presente del beneficio neto sólo depende X_t.

La función $V(X)$ se dice que es cuasi cóncava si para cualquier X_1 y X_2, donde $V(X_1) = c$ y $V(X_2) \geq c$, $V[\alpha X_1 + (1-\alpha)X_2] \geq c$ para todos $\alpha \in [0,1]$. Propuesta 4 de Spence y Starrett (1975, p. 396). Si V(X) es cuasi-cóncava y se maximiza en X^*, y si por la MRAP se logra pasar de X_0 a X^* está bien definido y factible, entonces es un camino óptimo.

En un problema optimización de los recursos renovables, el MRAP implica establecer el control en su límite superior Y_{Max} o en su límite inferior (cero), si $Y_{Max} \geq Y_t \geq 0$.

Retomando las ecuaciones (1.15) a (1.17) se procede a realizar su interpretación económica, de la forma siguiente:

$$\frac{\partial \pi(\bullet)}{\partial Y_t} = \rho\lambda_{t+1} \qquad \ldots (1.18)$$

$$\lambda_t = \frac{\partial \pi(\bullet)}{\partial X_t} + \rho\lambda_{t+1}[1 + F'(\bullet)] \qquad \ldots (1.19)$$

$$X_{t+1} = X_t + F(X_t) - Y_t \qquad \ldots (1.20)$$

El lado izquierdo (LHS) de la ecuación (1.18) es el beneficio neto marginal de una unidad adicional del recurso cosechado en el período t. Para que una estrategia de captura sea óptimo, este beneficio marginal neto debe ser igual al descuento del precio sombra de la población en el período t+1. El término $\rho\lambda_{t+1}$ también se llama costo para el usuario. Por lo tanto la ecuación (1.18) representan dos tipos de los costos, el costo marginal estándar de la cosecha en el período actual $[\partial\pi(\bullet)/\partial Y_t]$ y el costo futuro que resulta de la decisión de la cosecha de una unidad adicional del recurso hoy, es decir $\rho\lambda_{t+1}$.

En algunos problemas podemos ver esta condición escrita $\partial\pi(\bullet)/\partial Y_t = P - \partial C\,(X_t, Y_t)/\partial Y_t = \rho\lambda_{t+1}$ donde p> 0 es el precio unitario del recurso cosechada (por ejemplo, una libra de pescado) y $\partial C(Xt, Yt)/\partial Yt$ es el costo marginal de la cosecha cuando la acción está en el nivel X_t. Entonces $P - \partial C\,(X_t, Y_t)/\partial Y_t = \rho\lambda_{t+1}$ es el nivel óptimo de la cosecha hoy equivale al menor costo marginal del usuario.

En el lado izquierdo de la ecuación (1.19) tenemos λ_t, es el valor adicional de una unidad del recurso, in situ, en el período t. Cuando se gestiona de manera óptima, la valor marginal de una unidad adicional del recurso en el período t es igual al período actual del beneficio neto marginal $\partial\pi(\bullet)/\partial X_t$ más el beneficio marginal que una unidad sin cosechar transmitirá en el periodo siguiente $\rho\lambda_{t+1}[1 + F'(X_t)]$. Tenga en cuenta que este último término es el valor descontado de la unidad marginal propia más su crecimiento marginal.

La ecuación (1.20) es simplemente una reescritura de la ecuación (1.1), pero ahora obtenido de la derivada parcial de la función de Lagrange con respecto al multiplicador descontado $\rho\lambda_{t+1}$. Esto debe producir la ecuación en diferencia asociada a variable estado, en este caso el stock del recurso.

Bajo las condiciones Spence-Starrett para optimizar el MRAP, con los intervalos adecuados el "sistema", ha alcanzado un estado de equilibrio debido a $X_{t+1} = X_t = X^*$, $Y_{t+1} = Y_t = Y^*$, y $\lambda_{t+1} = \lambda_t = \lambda^*$. Esta triple, $[X^*, Y^*, \lambda^*]$, Es llamado el estado estacionario óptimo bioeconómico.

En el estado de equilibrio óptimo mediante la evaluación de las condiciones necesarias de primer orden en el estado estacionario, podemos prescindir de todos los subíndices de tiempo en las ecuaciones (1.18) a (1.20), que simplemente se convierten en tres ecuaciones con tres incógnitas $[X^*, Y^*, \lambda^*]$ pueden ser escrito como.

$$\rho\lambda = \frac{\partial\pi(\bullet)}{\partial Y} \qquad \ldots(1.21)$$

$$\rho\lambda\left[1 + F'(X) - (1+\delta)\right] = \frac{-\partial\pi(\bullet)}{\partial X} \qquad \ldots(1.22)$$

$$Y = F(X) \qquad \ldots(1.23)$$

Para conseguir la ecuación (1.22) se utiliza la definición ρ=1/(1+δ). Trabajando esta ecuación se logra formar la relación.

$$\rho\lambda + \rho\lambda F'(X) - \rho\lambda - \rho\lambda\delta = -\partial\pi(\bullet)/\partial X$$

$$-\rho\lambda\left[\delta - F'(X)\right] = -\partial\pi(\bullet)/\partial X \ \ldots(1.24)$$

Multiplicando ambos lados por -1, substituyendo la ecuación (1.21) dentro de la ecuación (1.24) y aislando el termino δ, tenemos.

$$F'(X) + \frac{\partial\pi(\bullet)/\partial X}{\partial\pi(\bullet)/\partial Y} = \delta \qquad \ldots(1.25)$$

La ecuación (1.25) es la llamada la ecuación fundamental de los recursos renovables. Las ecuaciones (1.23) y (1.25), requieren de $Y = F(X)$, para poder resolver simultáneamente los valores de X^* e Y^*.

La interpretación económica de la ecuación (1.25). En el lado izquierdo, el término $F'(X)$ se interpretar como la tasa marginal de crecimiento neto. El segundo término es llamado el efecto marginal del stock y mide el valor marginal del stock relativo al valor marginal de la cosecha. La suma de los dos términos podría interpretarse como la tasa de retorno del recurso, que es una tasa estacionaria de retorno para mantenimiento del stock en X^*.

La ecuación (1.25) por lo tanto requiere que los valores óptimos del estado estacionario X^* e Y^* causan que la tasa de retorno de los recursos sea igual a la tasa de descuento δ, y esta presumiblemente es igual a la tasa de retorno de las inversiones en otro lugar de la economía. Desde el punto de vista teórico del capital, los recursos renovables visto como un activo que bajo la gestión óptima podría cosechar a una tasa de retorno comparable con otros bienes de capital. Todos los recursos renovables son capaces de cosecharse a tasa estacionaria de retorno equivalente a la tasa de descuento.

La ecuación (1.23) resulta cuando la ecuación (1.1) es evaluada en el estado estacionario. En el óptimo bioeconómico, del equilibrio sostenible, la cosecha debe ser igual crecimiento neto $Y = F(X)$. Si este no fuera el caso, si el crecimiento neto excede la cosecha o si las capturas exceden el crecimiento neto, el stock del recurso estaría cambiando y no estaríamos en un equilibrio de estado estacionario.

La ecuación (1.25), por el teorema de la función implícita, implicará una curva en el plano X e Y. Su forma exacta y la colocación dependerán de las formas funcionales de $F(X)$ y $\pi(X, Y)$, sus parámetros, y la tasa de descuento δ. Varias curvas posibles (por diferentes parámetros subyacente) se etiquetan φ_1, φ_2 y φ_3 en la Figura 1.3. Asumiendo que la función del crecimiento neto es de la forma de logística, es decir, $Y = F(X) = rX(1 - X/K)$. La intersección de $Y = F(X)$ y de $Y = \varphi(X)$, representarían gráficamente la solución de las ecuaciones (1.23) y (1.25), por lo tanto representan los valores óptimos de estado estacionario para X* e Y*.

La Figura 1.3 del libro de Conrad (2010), pagina 24. Muestra cuatro equilibrios óptimos: tres bioeconómico y el rendimiento máximo sostenible (RMS). El óptimo bioeconómico en la intersección de φ_1 y $F(X)$ implicaría que la extinción es óptima! tal equilibrio podría resultar si un recurso de crecimiento lento eran confrontado por una alta tasa de descuento y si los costos de cosecha para el últimos miembros de la especie eran menos de su precio de mercado.

La intersección de $F(X)$ y φ_2 implica un stock óptimo de los recursos de X_2^* positivo, pero menor que $K/2$ que es compatible con $RMS = rK/4$. Esta sería el caso si el efecto del stock marginal es menor que la tasa de descuento.

La curva φ_3 implica un gran efecto del stock marginal, de mayor magnitud que la tasa de descuento δ. El stock óptimo en este caso es $X_3^* > K/2$. Esto ocurriría si el stock pescable es menor significativamente al incremento del costo. En tal caso, puede ser óptimo para mantener un stock mayor que el stock del rendimiento máximo sostenible. La conclusión esta dibujada en la Figura 1.3 es que el stock óptimo, desde una perspectiva bioeconómica, puede ser menor que o mayor que el nivel de stock de soporte al rendimiento máximo sostenible.

1.6. Agotamiento asintótico de un recurso no renovable

En la sección 1.3, se planteó un modelo de recurso no renovable simple, donde la política de extracción óptima tomaba la forma de $q_t^* = [\delta/(1+\delta)]R_t$.

En esta sección se detallará el modelo, verificando la política de extracción óptima y observando que $R^* = 0$ en el estado estacionario óptimo (las reservas restantes óptimas son cero), pero que la aproximación óptima es asintótica con $R_t \to 0$ cuando $t \to \infty$.

Si podemos derivar $q_t^* = [\delta/(1+\delta)]R_t$, entonces podemos simplemente referirnos de nuevo a la hoja de cálculo del ejemplo 1.2 con los datos cuando δ = 0.02 y R_0 = 1.

El modelo supone que la tasa de extracción $q_t > 0$ proporciona beneficios netos a la sociedad según la función $\pi(q_t) = \ln[q_t]$, donde ln [•] es el operador logaritmo natural. Recordemos que $\ln[q_t]$ es estrictamente cóncava en q_t y que $d(\ln[q_t])/dq_t = 1/q_t$.

Se supone que las reservas restantes evolucionan de acuerdo a $R_{t+1} - R_t = -q_t$. Esta ecuación estable supone que todas las reservas iniciales son conocidas y representadas por $R_0 > 0$ y que no se descubrirán reservas adicionales.

El Lagrangiano para el problema que busca maximizar el valor descontado de los beneficios netos sujetos al agotamiento de las reservas restantes puede escribirse como.

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t\{\ln[q_t] + \rho\lambda_{t+1}(R_t - q_t - R_{t+1})\} \text{ ... } (1.26)$$

$\partial L/\partial q_t = 0$ implica que $1/q_t = \rho\lambda_{t+1}$, cual dice que una tasa de extracción óptima equilibra el beneficio neto marginal de la extracción en el período t al precio sombra descontado (o costo de uso) de las reservas restantes en el período t +1. La derivada $\partial L/\partial R_t = 0$ implica que $\rho\lambda_{t+1} - \lambda_t = 0$, lo que, a su vez, implica que $\lambda_{t+1} = (1+\delta)\lambda_t$ y, más generalmente, que $\lambda_t = (1+\delta)^t\lambda_0$.

Esta ecuación dice que el precio sombra de las reservas restantes está aumentando a la tasa de descuento. Las dos derivadas parciales en forma conjunta implican que $q_t = 1/\lambda_t = 1/[(1+\delta)^t\lambda_0] = \rho^t/\lambda_0$.

Porque el beneficio neto marginal va al infinito como $q_t \to 0$, siempre será óptimo tener algún nivel positivo de extracción, aunque se convierte en infinitesimal como $t \to \infty$. Así

$$R_0 = \sum_{t=0}^{\infty} q_t = (1/\lambda_0)\sum_{t=0}^{\infty} \rho^t = \frac{(1+\delta)}{\delta\lambda_0} \text{ … } (1.27)$$

Resolviendo para λ_0 se obtiene $\lambda_0 = (1+\delta)/\delta R_0$. En la sustitución en nuestra expresión para q_t, obtenemos $q_t = \rho^{t+1}\delta R_0$. Sustituyendo esta última expresión por qt en nuestra forma iterativa $R_{t+1} = R_t - q_t$, que también está implicada por $\partial L/\partial[\rho\lambda_{t+1}] = 0$, y haciendo algunas iteraciones de muestra, deberíamos ser capaces de convencernos de que $R_t = \rho^t R_0$ o $R_0 = R_t/\rho^t$. Sustituyendo esta expresión por R_0 en $q_t = \rho^{t+1}\delta R_0$ se obtiene la ecuación $q_t^* = [\delta/(1+\delta)]R_t$ como se plantea en la Sección 1.3.

1.7. El principio máximo y la programación dinámica en tiempo discreto

Existen otros dos métodos que podrían utilizarse para resolver problemas de optimización dinámica de tiempo discreto. Son el principio máximo y la programación dinámica. Debido a que el mismo problema podría ser resuelto por el método del multiplicador de Lagrange, el principio máximo, o programación dinámica, uno debe sospechar que hay algunas relaciones fundamentales entre los tres métodos. Este es el caso y, en los modelos económicos, estas relaciones se refieren generalmente a los conceptos económicos de riqueza e ingresos.

El concepto operativo clave en el principio máximo es el valor actual del Hamiltoniano. Por lo general problemas de recursos renovables, utilizan para introducir el método de los multiplicadores de Lagrange, definiremos el valor actual del Hamiltoniano como:

$$H_t \equiv \pi(X_t, Y_t) + \rho\lambda_{t+1}[F(X_t) - Y_t] \ \dots \ (1.28)$$

La expresión Lagrangiana, definida en la ecuación (1.14), contiene el valor actual del Hamiltoniano y puede ser reescrita como:

$$L = \sum_{t=0}^{\infty} \rho^t [H_t + \rho\lambda_{t+1}(X_t - X_{t+1})] \quad \dots (1.29)$$

Las condiciones necesarias de primer orden para la cosecha óptima del recurso renovable pueden expresarse en términos de derivadas parciales el valor actual del Hamiltoniano. Específicamente, las ecuaciones (1.18) a (1.20) están implícitas en las ecuaciones siguientes:

$$\frac{\partial H_t}{\partial Y_t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \pi(\bullet)}{\partial Y_t} = \rho\lambda_{t+1} \qquad \dots (1.30)$$

$$\rho\lambda_{t+1} - \lambda_t = -\frac{\partial H_t}{\partial X_t} \Rightarrow \lambda_t = \frac{\partial \pi(\bullet)}{\partial H_t} + \rho\lambda_{t+1}\left[1 + F'(\bullet)\right] \qquad \dots (1.31)$$

$$X_{t+1} - X_t = \frac{\partial H_t}{\partial(\rho\lambda_{t+1})} \Rightarrow X_{t+1} = X_t + F(X_t) - Y_t \qquad \dots (1.32)$$

Además de las ecuaciones (1.30) a (1.32), también asumimos la condición de transversalidad, $\lim_{t\to\infty} \rho^t \lambda_t X_t = 0$, y nuestra condición inicial, $X_0 > 0$, dada.

El valor actual del Hamiltoniano es un concepto útil no sólo porque proporciona una ruta simplificada y más directa a las condiciones de primer orden, sino también porque tiene una interpretación importante. Weitzman (2003) se refiere al valor actual del Hamiltoniano optimizado como el ingreso contabilizado correctamente. ¿Por qué?. Escribiremos el valor actual del Hamiltoniano optimizado como.

$$H_t^* = \pi(X_t^*, Y_t^*) + \rho\lambda_{t+1}[F(X_t^*) - Y_t^*] \quad \dots (1.33)$$